

Probabilitas & Proses Stokastik

Konsep Probabilitas

Mahasiswa mampu menjelaskan spesifikasi eksperimen acak meliputi prosedur, observasi dan model; mengidentifikasi ruang sampel dan event dari eksperimen

Eksperimen Acak

Mahasiswa mampu menjelaskan penentuan eksperimen acak meliputi :

- ▶ 1. Prosedur
- ▶ 2. Observasi
- ▶ 3. Model
- ▶ 4. Mengidentifikasi ruang sampel dan event dari eksperimen acak

Eksperimen Acak

- ▶ Eksperimen yang hasilnya (outcome) bervariasi dan tidak dapat diprediksi bila eksperimen tersebut diulang pada kondisi yang sama.
- ▶ Ditentukan melalui penetapan prosedur eksperimen dan pengukuran (observasi outcome yang harus dilakukan).

► Contoh :

Eksperimen pelemparan koin.

Model eksperimennya adalah terjadi "angka" atau "gambar" memiliki kemungkinan yang sama.

Tiap hasil lemparan tidak terkait dengan hasil lemparan sebelumnya.

Sebuah eksperimen acak dapat memiliki prosedur yang sama, tapi observasi yang dilakukan tidak sama.

Observasi yang dilakukan dalam eksperimen acak dapat meliputi lebih dari satu observasi.

Observasi

CONTOH 1

Berikut ini merupakan contoh penetapan prosedur dan observasi yang harus dilakukan dalam eksperimen acak.

Eksperimen	Prosedur	Observasi
E_1	Pilih bola dalam kotak yang berisi 10 bola identik yang diberi nomor 1 sampai 10	Catat nomor bola
E_2	Pilih bola dalam kotak yang berisi 4 bola identik yang dinomori 1 dan 2 untuk bola hitam (h), nomor 3 dan 4 untuk bola putih (p).	Catat nomor dan warna bola
E_3	Lempar koin tiga kali. Model: terjadinya angka dan gambar memiliki kemungkinan yang sama (equally likely) Catatan: outcome eksperimen berupa angka (A) atau gambar (G)	Catat banyaknya angka yang terjadi

CONTOH 1

Berikut ini merupakan contoh penetapan prosedur dan observasi yang harus dilakukan dalam eksperimen acak.

E_4	Lempar koin tiga kali. Model: terjadinya angka dan gambar memiliki kemungkinan yang sama (equally likely) Catatan: outcome eksperimen berupa angka (A) atau gambar (G)	Cataturutan angka dan/atau gambar hasil lemparan
E_5	Pilih bilangan integer ganjil positif	Catat integer ganjil positif terpilih
E_6	Pilih bilangan positif dari 0 (nol) sampai dengan 12	Catat bilangan positif yang terpilih
E_7	Hitung banyaknya pesan yang datang pada pusat pesan tiap jam	Catat hasil penghitungan pesan tersebut
E_8	Ukur nilai tegangan dalam rangkaian pada waktu t_1	Catat hasil pengukuran tegangan tersebut

Himpunan dari seluruh hasil atau titik sampel disebut "ruang sampel" (S).

Ruang Sampel

CONTOH 2

Berikut ini merupakan ruang sampel terkait eksperimen acak dalam contoh 1.

Eksp.	Observasi	Ruang Sampel
E_1	Nomor bola yang terpilih dari dalam kotak	$S_1 = \{1, 2, \dots, 10\}$
E_2	Nomor dan warna bola terpilih	$S_2 = \{(1,h), (2,h), (3,p), (4,p)\}$
E_3	Jumlah banyaknya angka dalam tiga kali lemparan	$S_3 = \{0,1,2,3\}$
E_4	Urutan hasil lemparan koin dalam tiga kali	$S_4 = \{AAA, AAG, AGA, AGG, GAA, GAG, GGA, GGG\}$
E_5	Bilangan integer ganjil positif	$S_5 = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$

CONTOH 2

Berikut ini merupakan ruang sampel terkait eksperimen acak dalam contoh 1.

E_6	Bilangan positif dari 0 sampai dengan 12	$S_6 = \{x: 0 \leq x \leq 12\}$
E_7	Banyaknya pesan yang datang tiap jam	$S_7 = \{0, 1, 2, \dots, N\}$
E_8	Nilai tegangan pada waktu t_1	$S_8 = \{v: v \geq 0\}$

Eksperimen E1, E2, E3, E4 mempunyai ruang sampel diskrit dan terbatas

Eksperimen E5 dan E7 mempunyai ruang sampel diskrit dan tak terbatas

Eksperimen E6 dan E8 adalah contoh ruang sampel kontinyu

Event

Dalam satu eksperimen biasanya yang diperhatikan adalah hasil (outcome) dengan karakteristik tertentu. Misalnya dalam pelemparan sebuah dadu yang diperhatikan adalah kejadian dari munculnya jumlah mata dadu bernilai genap.

CONTOH 3

Berikut ini merupakan event yang didefinisikan dalam ruang sampel terkait eksperimen acak dalam contoh 1.

Eksp	Observasi	Event
E_1	Bola bernomor genap terpilih	$A_1 = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
E_2	Bola bernomor genap dan berwarna putih terpilih	$A_2 = \{(4, p)\}$
E_3	Jumlah angka sama banyak dengan gambar	$A_3 = \emptyset$
E_4	Tiga kali lemparan outcome sama	$A_4 = \{AAA, GGG\}$
E_5	Bilangan yang terpilih tidak negatif	$A_5 = S_5 = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$

CONTOH 3

Berikut ini merupakan event yang didefinisikan dalam ruang sampel terkait eksperimen acak dalam contoh 1.

E_6	Bilangan yang terpilih lebih kecil dari 5	$A_6 = \{x: 0 \leq x < 5\}$
E_7	Tidak ada pesan yang datang tiap jam	$A_7 = \{0\}$
E_8	Nilai tegangan pada waktu t_1 lebih besar dari 210 tetapi lebih kecil dari 230	$A_8 = \{v: 210 < v < 230\}$

Event yang terdiri dari satu outcome dalam ruang sampel diskrit disebut event elementer.

Event A_2 dan A_7 adalah event elementer.

Event juga meliputi seluruh ruang sampel seperti event A_5 .

Event nul muncul apabila tidak ada outcome yang memenuhi kondisi yang diberikan pada event tersebut seperti pada event A_3 .

LATIHAN

Monitor tiga panggilan (call) telepon berturutan pada sentral telepon. Panggilan telepon diklasifikasikan sebagai panggilan suara (bila ada pembicaraan) dan panggilan data. Hasil observasi adalah deretan tiga huruf, misal *ssd* adalah observasi dua panggilan suara dan satu panggilan data. Tulis elemen-elemen dari himpunan berikut:

- a) $A_1 = \{\text{panggilan pertama adalah panggilan suara}\}$
- b) $B_1 = \{\text{panggilan pertama adalah panggilan data}\}$
- c) $A_2 = \{\text{panggilan kedua adalah panggilan suara}\}$
- d) $B_2 = \{\text{panggilan pertama adalah panggilan data}\}$
- e) $A_3 = \{\text{semua panggilan sama}\}$
- f) $B_3 = \{\text{panggilan suara dan data bergantian}\}$

Untuk setiap pasangan event A_1 dan B_1 ; A_2 dan B_2 ; A_3 dan B_3 ; identifikasi apakah pasangan event tersebut adalah mutually exclusive atau collectively exhaustive atau keduanya.

Petunjuk

Gabungan (union) dua event A dan B , dinotasikan dengan $A \cup B$, didefinisikan sebagai himpunan outcome yang termasuk dalam A , atau B atau keduanya. Event $A \cup B$ terjadi jika A atau B , atau kedua event A dan B terjadi.

Interseksi dua event A dan B , dinotasikan $A \cap B$, didefinisikan sebagai himpunan outcome dalam A dan B . Dua event yang mempunyai outcome yang tidak dapat terjadi secara bersamaan disebut *mutually exclusive* (saling eksklusif), interseksi dari dua event tersebut adalah event nul, $A \cap B = \emptyset$. Kumpulan event-event disebut *collectively exhaustive* (kolektif lengkap) jika dan hanya jika gabungan (union) dari himpunan event-event tersebut adalah sama dengan ruang sampel.